
Cognome e nome Matricola Firma

Corso di Laurea: \diamond edile-architettura

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: Esercizi 1-2: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = -0,5; risposta non data = 0; esercizi 3-6: risposta esatta = +4; risposta sbagliata = -0,5; risposta non data = 0; esercizio 7: da -1 a 8.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE questo foglio e i fogli dove sono stati svolti gli esercizi.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. |
|----|----|----|----|----|----|
| A | A | A | A | A | A |
| B | B | B | B | B | B |
| C | C | C | C | C | C |
| D | D | D | D | D | D |
| E | E | E | E | E | E |

1. Sia dato il numero complesso $\frac{(1+i)^6 e^{3\pi i}}{i(1-i)^8}$. L'insieme delle sue radici cubiche è dato da

Risp.: **A** : $\{1, e^{i\frac{\pi}{3}}, e^{i\frac{5}{3}\pi}\}$ **B** : $\{\sqrt[3]{\frac{1}{2}}, \sqrt[3]{\frac{1}{2}}e^{i\frac{2}{3}\pi}, \sqrt[3]{\frac{1}{2}}e^{i\frac{4}{3}\pi}\}$ **C** : $\{-\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{\frac{1}{2}}e^{i\frac{\pi}{3}}, \sqrt[3]{\frac{1}{2}}e^{i\frac{5}{3}\pi}\}$
D : $\{\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{2}e^{i\frac{2}{3}\pi}, \sqrt[3]{2}e^{i\frac{4}{3}\pi}\}$ **E** : $\{-\sqrt[3]{\frac{1}{2}}, \sqrt[3]{\frac{1}{2}}e^{i\frac{\pi}{3}}, \sqrt[3]{\frac{1}{2}}e^{i\frac{5}{3}\pi}\}$

2. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x \log(2x)} - 1}{7x \log(2x)}$ vale

Risp.: **A** : 0 **B** : $-\infty$ **C** : 7 **D** : 1/7 **E** : 1/2

3. Il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} 16 \arctan(e^{-7n} - 1) \left(\cos \sqrt{\frac{3}{n}} - 1 \right)^2 \frac{n! - 7 \log(n^n + 1)}{n^4 - (n-2)!}$ vale

Risp.: **A** : 9π **B** : $+\infty$ **C** : -9 **D** : -3π **E** : $\frac{3}{2}$

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. La serie $\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{\log(n^\alpha + 7^n)}$

Risp.: **A** : converge assolutamente se e solo se $\alpha > 1$ **B** : converge semplicemente se e solo se $0 < \alpha \leq 1$ **C** : converge semplicemente per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$ **D** : converge assolutamente per ogni $\alpha \in \mathbb{R}^+$ **E** : converge semplicemente se e solo se $\alpha > 1$

5. Sia $F :]-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la primitiva di $f(x) = x \log(x+1)$ che vale $-\frac{1}{4}$ per $x = 0$. Allora $F(1)$ vale

Risp.: **A** : $\log 2$ **B** : $3 \log 2$ **C** : 3 **D** : 1 **E** : 0

6. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{y}{x^2 + 1} = e^{3x - \arctan x} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Allora $\tilde{y}(1)$ vale

Risp.: **A** : $\frac{e^3 - 1}{3} e^{-\pi/4}$ **B** : $\frac{e^3 - 1}{3}$ **C** : $\frac{e^3 + 1}{3} e^{\pi/4}$ **D** : $e^{\pi/4}$ **E** : $\frac{e^3 + 1}{3} e^{-\pi/2}$

7. Studiare la funzione f definita da $f(x) = 2 \log |e^x - 1| + \frac{1}{(e^x - 1)^2} + 1$ e tracciarne il grafico.