Cognome e nome .... Matricola .... Firma ....

Corso di Laurea: ♢ edile-architettura

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. SEGNARE nella tabella riportata in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: Esercizi 1-2: risposta esatta $= +3$; risposta sbagliata $= -0,5$; risposta non data $= 0$; esercizi 3-6: risposta esatta $= +4$; risposta sbagliata $= -0,5$; risposta non data $= 0$; esercizio 7: da -1 a 8.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE questo foglio e i fogli dove sono stati svolti gli esercizi.
6. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F

1. L'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che $(z^2 - (\bar{z})^2)i - \frac{2|z|^2}{i} = 4(1 + e^{i\frac{\pi}{2}})$ è dato da

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: una circonferenza $\boxed{\text{B}}$: un'iperbole $\boxed{\text{C}}$: un punto $\boxed{\text{D}}$: una semiretta $\boxed{\text{E}}$: una retta $\boxed{\text{F}}$: due punti

---

2. Il limite $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\log(n+3)! - \log(n+1)!}{\log(3n^3 + \arctan(2n))}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{2}{3}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{1}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: 0 $\boxed{\text{D}}$: 1 $\boxed{\text{E}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{F}}$: $\log 3$

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^-$. Allora $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{x \sin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) - \sqrt{x}}{\arctan\left(\frac{x^\alpha}{6}\right)}$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $-\infty$ se $-1/2 < \alpha < 0$, -1 se $\alpha = -1/2$, 0 se $\alpha < -1/2$ $\boxed{\text{B}}$: 0 se $-1/2 < \alpha < 0$, -1 se $\alpha = -1/2$, $-\infty$ se $\alpha < -1/2$ $\boxed{\text{C}}$: 1 se $-1/2 \le \alpha < 0$, $-\infty$ se $\alpha < -1/2$ $\boxed{\text{D}}$: 0 se $-1 < \alpha < 0$, 1 se $\alpha = -1$, $-\infty$ se $\alpha < -1$ $\boxed{\text{E}}$: 0 se $-1/2 < \alpha < 0$, $-\infty$ se $\alpha \le -1/2$ $\boxed{\text{F}}$: 0 se $-1 < \alpha < 0$, 1 se $\alpha = -1$, $+\infty$ se $\alpha < -1$

---

4. La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2e^2}{3}\right)^n \frac{(2n)!}{(2n)^{2n}}$

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: diverge positivamente $\boxed{\text{B}}$: diverge negativamente $\boxed{\text{C}}$: converge $\boxed{\text{D}}$: ha la successione delle ridotte non monotona $\boxed{\text{E}}$: ha la successione delle ridotte non limitata $\boxed{\text{F}}$: nessuna delle precedenti.

---

5. Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{(\arctan x)^\alpha}{1+x^2} dx$ converge e determinarne il valore.

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: converge per $\alpha \neq -1$ e vale $\frac{(\frac{\pi}{2})^{\alpha+1}}{\alpha+1}$ $\boxed{\text{B}}$: converge per $\alpha > -1$ e vale $\frac{(\frac{\pi}{2})^{\alpha+1}}{\alpha+1}$ $\boxed{\text{C}}$: converge per $\alpha < -1$ e vale $\frac{1}{\alpha+1}$ $\boxed{\text{D}}$: converge per $\alpha > -1/2$ e vale $\frac{\pi}{\alpha+1/2}$ $\boxed{\text{E}}$: converge per $\alpha \neq -1/2$ e vale $\frac{(\frac{\pi}{2})^{\alpha+1/2}}{\alpha+1/2}$ $\boxed{\text{F}}$: converge per $\alpha < -1/2$ e vale $\frac{\pi}{\alpha+1/2}$

---

6. Sia $\tilde{y}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{2x}{1+x^2} y = \frac{2e^x}{(1+x^2)(1+e^{2x})} \\ y(0) = 3. \end{cases}$$

   Allora $\lim_{x\to+\infty} \tilde{y}(x)$ vale

   Risp.: $\boxed{\text{A}}$: π $\boxed{\text{B}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{C}}$: $\left(\frac{3}{2} + 2\pi\right) e^{-1}$ $\boxed{\text{D}}$: $\frac{e}{2}$ $\boxed{\text{E}}$: 0 $\boxed{\text{F}}$: $\frac{2}{\pi}$

---

7. Studiare la funzione f definita da $f(x) = \sqrt{|x-2|(x-1)}$ e tracciarne il grafico (tralasciare lo studio della derivata seconda).