Civili

Lezione 1

14/10/19

- → funzioni
- → studio insieme numerico
- → logaritmi e proprietà
- → esponenziali e proprietà
- → funzioni deducibili e trasformate
- → funzioni iperboliche
- → calcolo dell'inversa
- → risoluzione pratica di equazioni e disequazioni

ROLANDO
DANIELA

daniela.rolando@
unibs.it

Ripassare

rette

parabole verticale

parabole orizzontale

coniche

log.

esp.

Trigonometriche (periodiche)

Indice

- studio insieme numerico
- logaritmi e loro proprietà
- esistenze per 2 variabili
- grafici deducibili e trasformazioni (movimenti rigidi nel piano)

Insieme numerico

- limitatezza superiore
- limitatezza inferiore
- valore massimo
- valore minimo
- illimitato
  (superiormente e/o inferiormente)
- andamento
  - crescente
  - decrescente

Insiemi numerici

$$A = \left\{ x_n = \frac{5}{\log_5 n} \,,\; \underline{n \neq 1 \quad n \in \mathbb{N}} \right\}$$

$n > 1$

$n \geq 2$

- funzione logaritmo

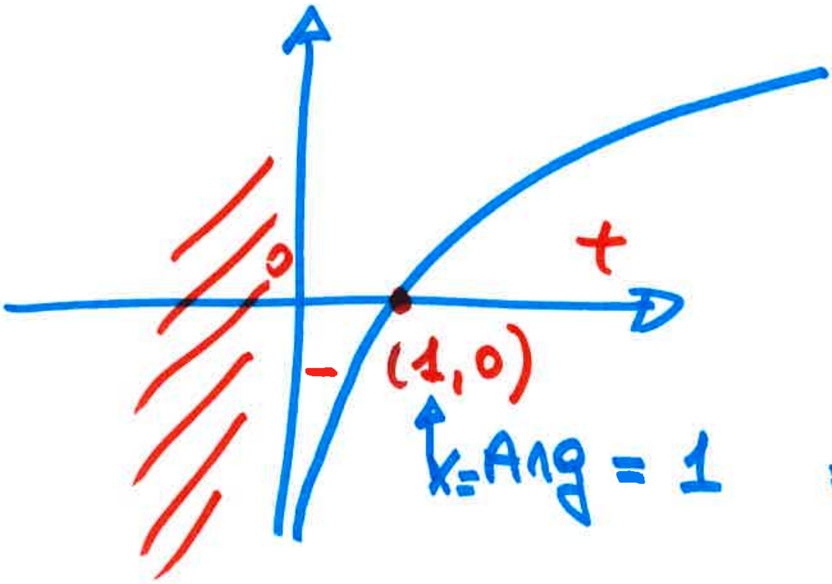
  esiste $\text{Arg} > 0$

- denominatore $\neq 0$

DOMINIO $\begin{cases} n > 0 \\ \log_5 n \neq 0 \quad n \neq 1 \end{cases}$

Propietà dei logaritmi

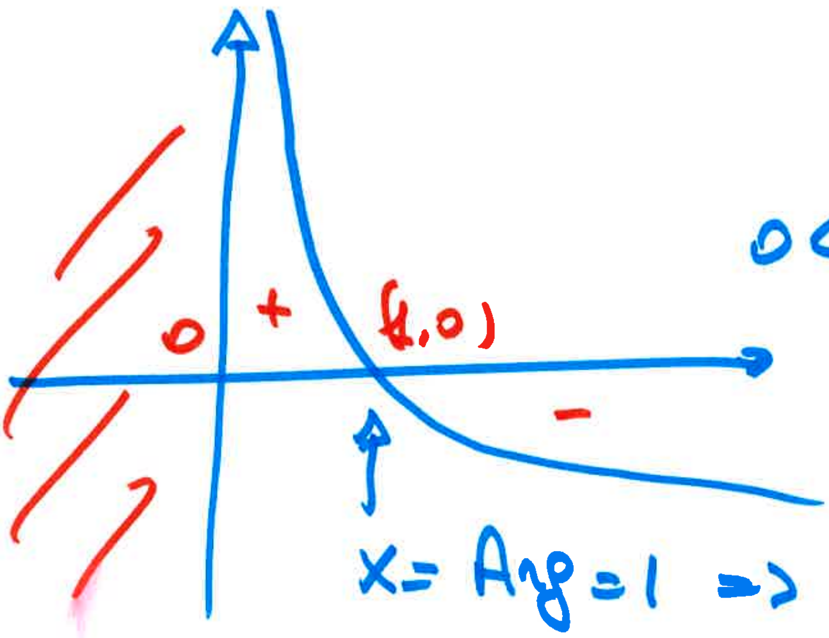
$y = \log_a x$ $\qquad x > 0 \qquad x = \text{Arg.}$



crescente

$a > 1$

$x = \text{Arg} = 1 \Rightarrow y = \log x = 0$



decrescente

$0 < a < 1$

$x = \text{Arg} = 1 \Rightarrow y = \log x = 0$

Propietà di calcolo

$\log_a 0 =$ non esiste

$\log_a 1 = 0$

$\log_a a = 1$

$\underbrace{\log_a x + \log_a y}_{\text{attenzione:}} = \log_a \underbrace{x \cdot y}_{}$

attenzione:

$e \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$ 1° quadr.

vere contemporaneamente

$xy > 0$

x, y concordi

$\begin{cases} x>0 \\ y>0 \end{cases}$ o $\begin{cases} x<0 \\ y<0 \end{cases}$

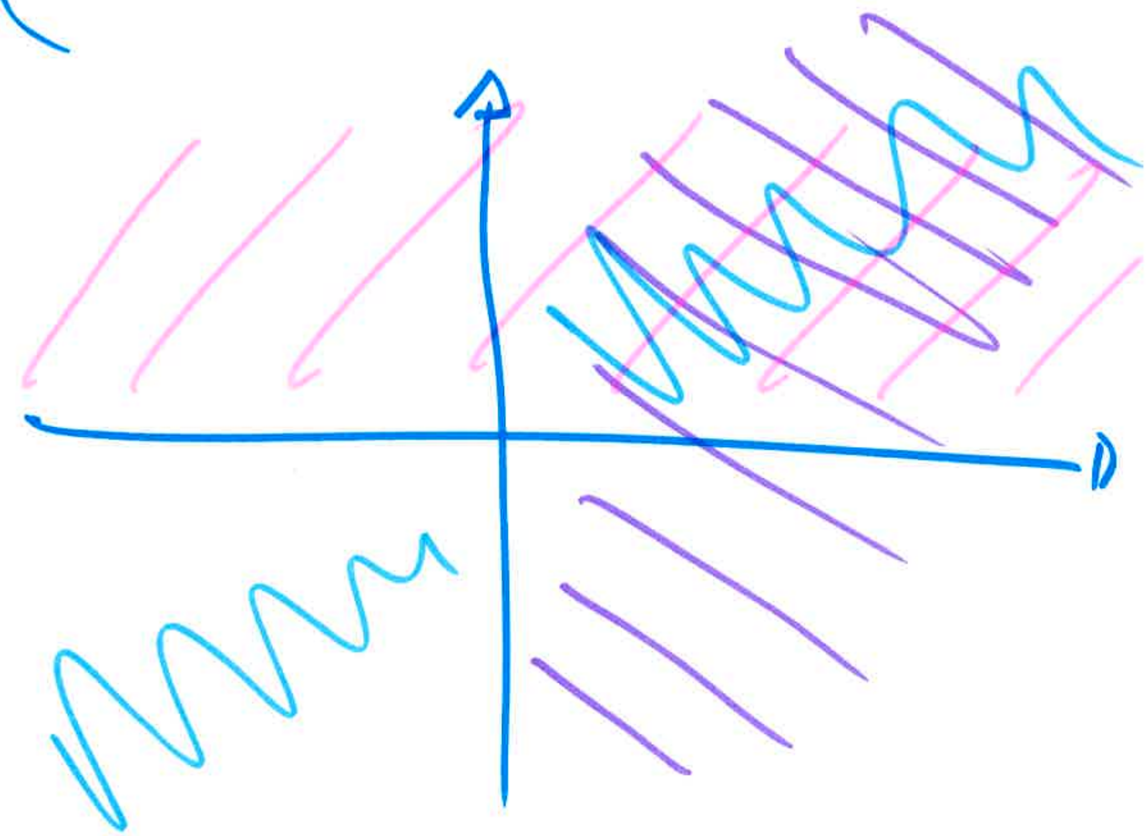
entrambi positivi o negativi

1° o 3° quadr.

$$\cdot\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{xy}$$

eq. in 2 variabili

$$\begin{cases} x \geq 0 & x \\ y \geq 0 & y \\ xy \geq 0 & \end{cases} \qquad 1^\circ \text{ quad.}$$



$$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$$

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

numero reale

$$\text{---} = 5 = 5 \underbrace{\log_a a}_{1} =$$

$$= \log_a a^5$$

Trasformato in log.

- Equazioni logaritmiche di base

  - 2 logaritmi con egual base sono uguali se hanno uguali gli argomenti

$$\log_a f(x) = \log_a g(x)$$

$$\text{C.E.} \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

C.E. — esistenza dei log.

equazione

- Disequazioni logaritmiche

Nel confronto si mantiene il verso se $a>1$, si cambia verso se $0<a<1$, nel confrontare gli argomenti

$$\log_a f(x) > \log_a g(x)$$

$$\begin{cases} f(x) > 0 & \text{C.E.} \\ g(x) > 0 & \text{C.E.} \\ \left[f(x) > g(x) \quad \text{se } a>1 \right. \\ \text{oppure} \\ \left[f(x) < g(x) \quad \text{se } 0<a<1 \right. \end{cases}$$

Ricordami: stesso verso o cambio verso a seconda del valore della base!

10Tei

$$x_n = \frac{5}{\log_5 n}$$

$$5 = 5\log_5 5 = \log_5 5^5$$

$$\frac{5}{\log_5 n} = \frac{\log_5 5^5}{\log_5 n} = \log_5 5^5 - \log_5 n$$

NO !!

$$= \log_5 \frac{5^5}{n}$$

NO !!

$$x_n = \frac{5}{\log_5 n}$$

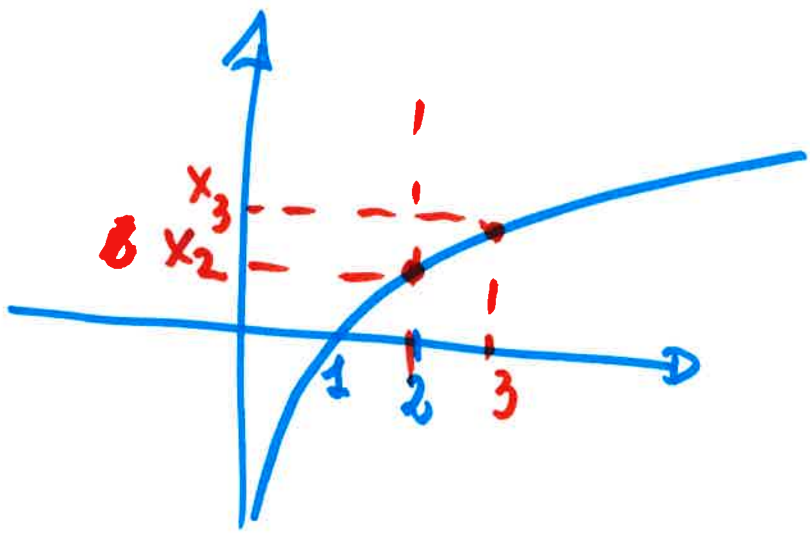
(A) i termini sono positivi ?

(B) i termini sono crescenti ?

(A) sì $n \geq 2$

(B) funzione crescente

$\Rightarrow$ reciproco decrescente



$$\left.\begin{array}{l} x_2 = \dfrac{5}{\log_5 2} \\[2ex] x_3 = \dfrac{5}{\log_5 3} \\[2ex] x_4 = \dfrac{5}{\log_5 4} \end{array}\right\} > 5$$

perche

$$0 < \log_5 \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} < 1$$

$$x_5 = \frac{5}{\log_5 5} = \frac{5}{1} = 5$$

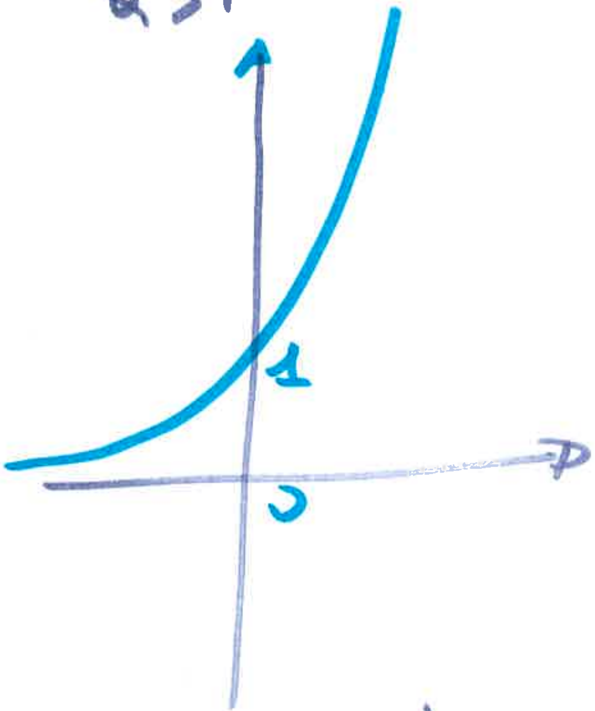
$$x_6 = \frac{5}{\log_5 6} = < 5$$

$$\log_5 6 \ldots > 1$$

Esponenziali

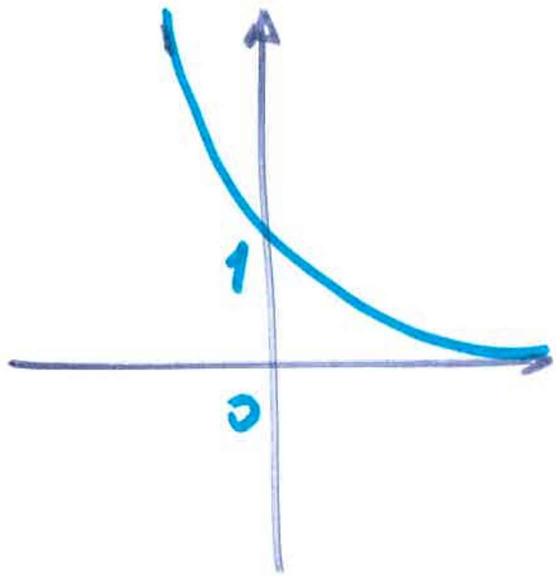
$$y = a^x$$

$a > 1$



- sempre positive
- crescente
- passa per $(0,1)$

$0 < a < 1$



- sempre positive
- decrescente
- passa per $(0,1)$

→ equazioni

2 esponenziali con le stesse base sono uguali se sono uguali gli esponenti

→ Disequazioni esponenziali

2 esponenziali con la stessa base

nel confrontare gli esponenti:

- mantengono il verso se $a > 1$

$$3^{f(x)} < 3^{g(x)} \qquad a>1$$

$$f(x) < g(x)$$

- cambiano il verso se $0 < a < 1$

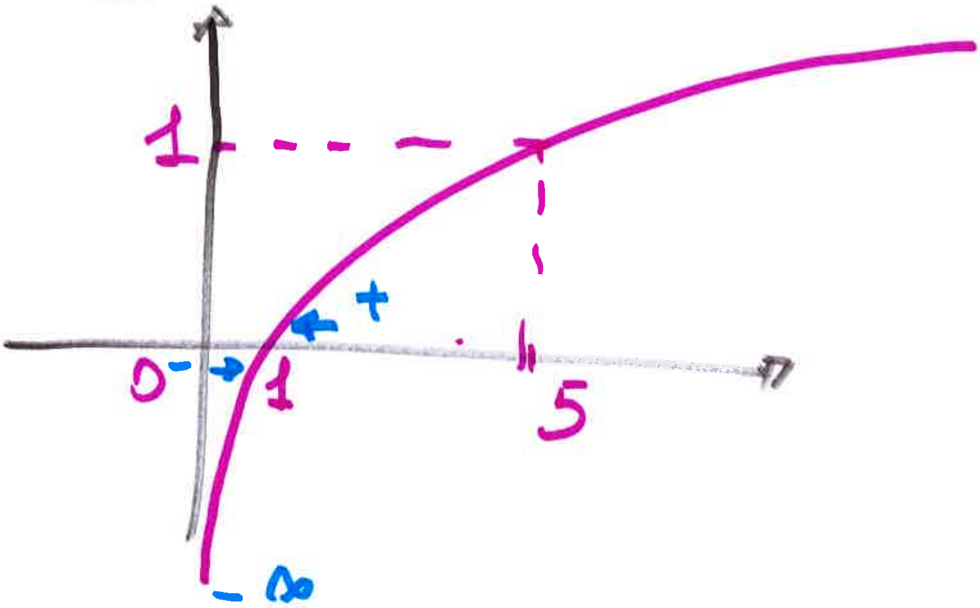
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{f(x)} > \left(\frac{1}{2}\right)^{g(x)} \qquad 0<a<1$$

$$f(x) < g(x)$$

Esistenze

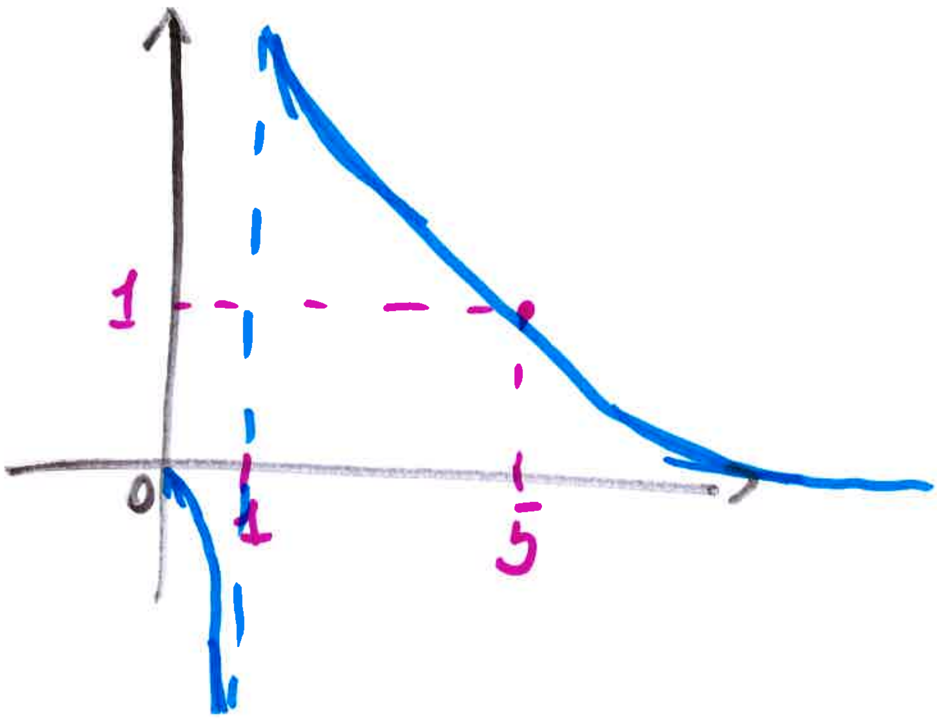
- per ogni valore $\in \mathbb{R}$ per l'esponente
- base >0 e $\neq 1$

$y = \log_5 x$



deduzione del grafico

$y = \dfrac{1}{\log_5 x}$



$x = 0$

$y = \log_5 x$ non esiste

$x \to 0^+$

$y \to -\infty$

$y = \dfrac{1}{\log_5 x}$ $\quad y \to \dfrac{1}{-\infty} = 0^-$

$x = 1$

$y = \log_5 1 = 0$

$y = \dfrac{1}{\log_5 1} = \cancel{\dfrac{1}{0}}$ $\quad x \to 1$

$y \to \infty$

$x = 5$

$y = \log_5 5 = 1$

$y = \dfrac{1}{\log_5 5} = 1$

$x \to +\infty$ $\quad y = \log_5 x = +\infty$

$y = \dfrac{1}{\log_5 x} \to \dfrac{1}{+\infty} \to 0$

15

DEDUZIONE GRAFICI

$y = f(x)$

$\downarrow$

- $y = \dfrac{1}{f(x)}$ reciproco

- $y = K\, f(x)$

$K > 0$

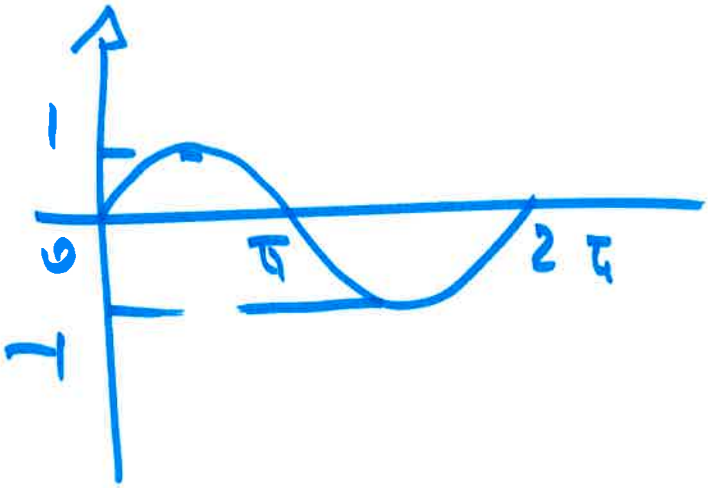
$K < 0$

$|K| < 1$ contrazione

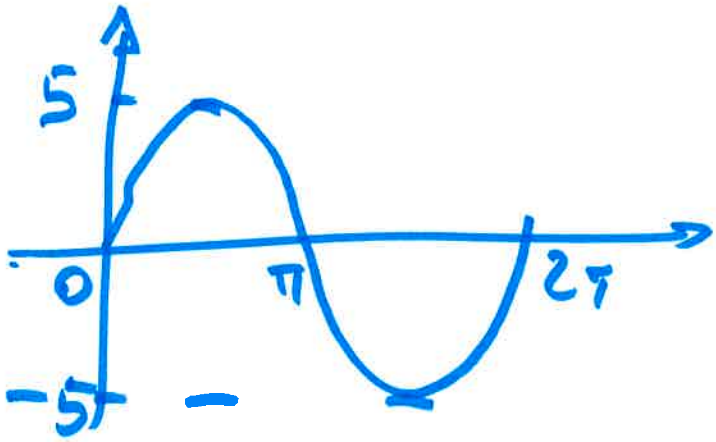
$|K| > 1$ dilatazione

$K > 1$

$y = \text{sen}\, x$

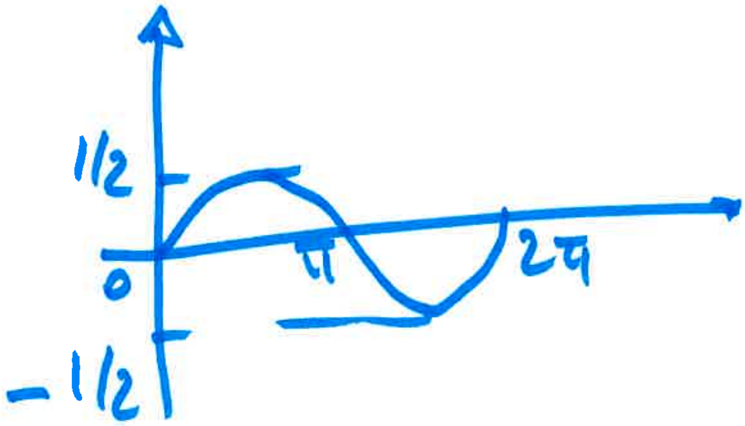


$y = 5\, \text{sen}\, x$



$0 < K < 1$

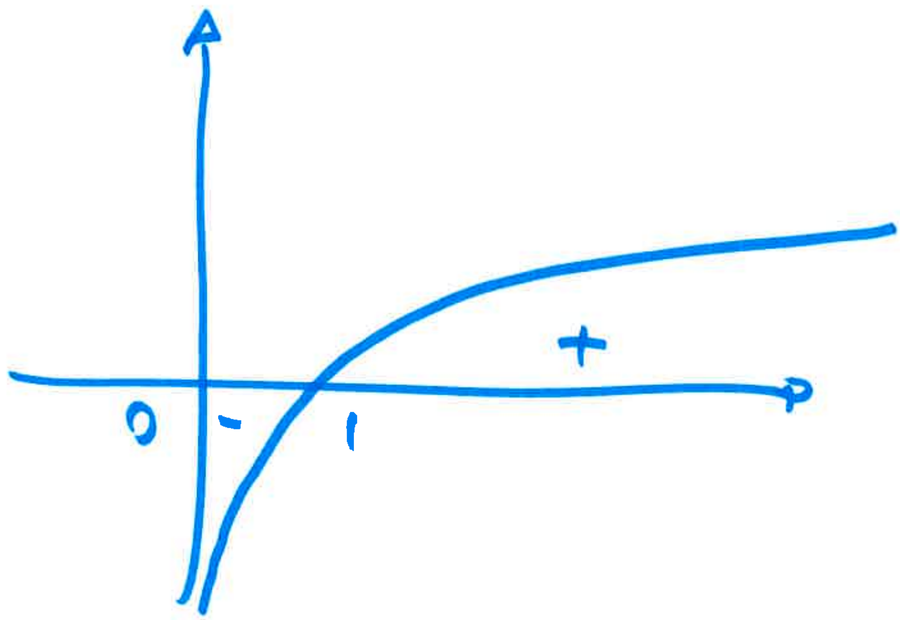
$y = \frac{1}{2}\, \text{sen}\, x$



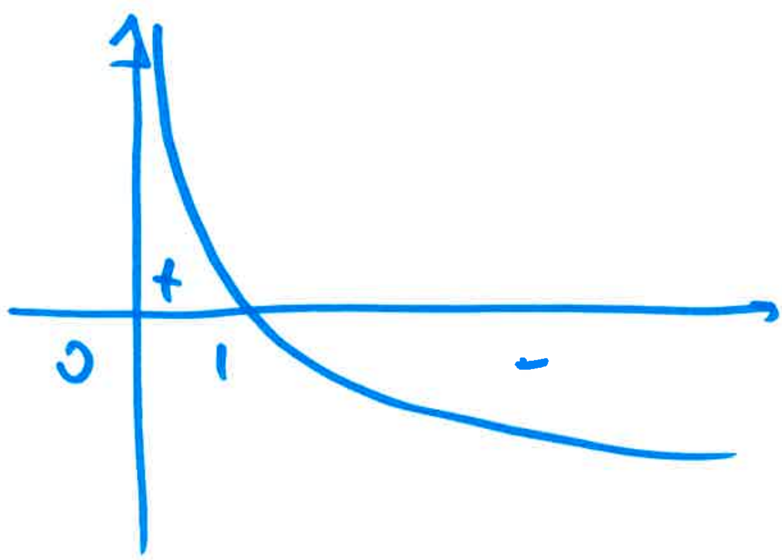
$K < 0$

- simmetria rispetto l'asse delle x
- ribaltamento del grafico

$y = \log x$



$y = -\log x$



$$y = -\log x = \log x^{-1} = \log \frac{1}{x}$$

<u>prop log.</u>

equivalenti nel dominio

equivalenti nei valori

equivalenti nei grafici

• $y = f(x) + K$

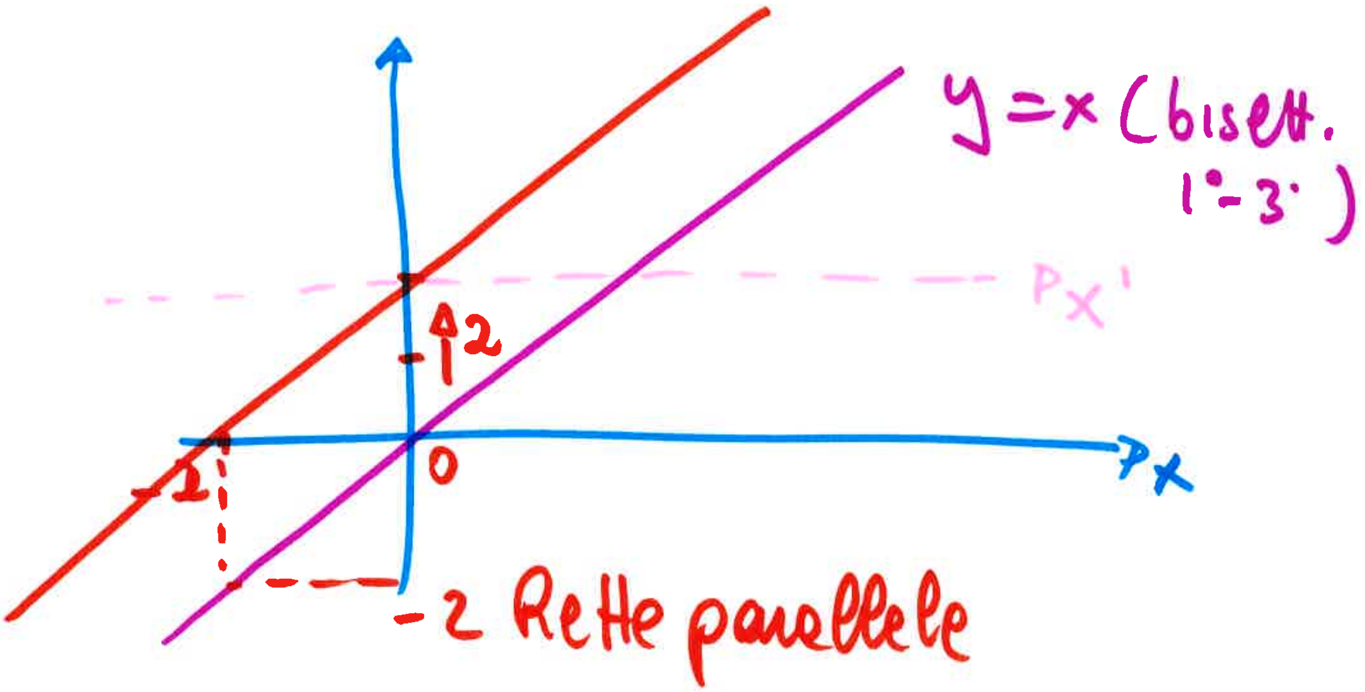
Traslazione dell'asse x

il grafico si sposta (trasla)

verso l'alto ($k > 0$)

verso il basso ($k < 0$)

$y = x \longrightarrow y = x + 2$



$y = f(x) \longrightarrow y = |f(x)|$

modulo

valore assoluto

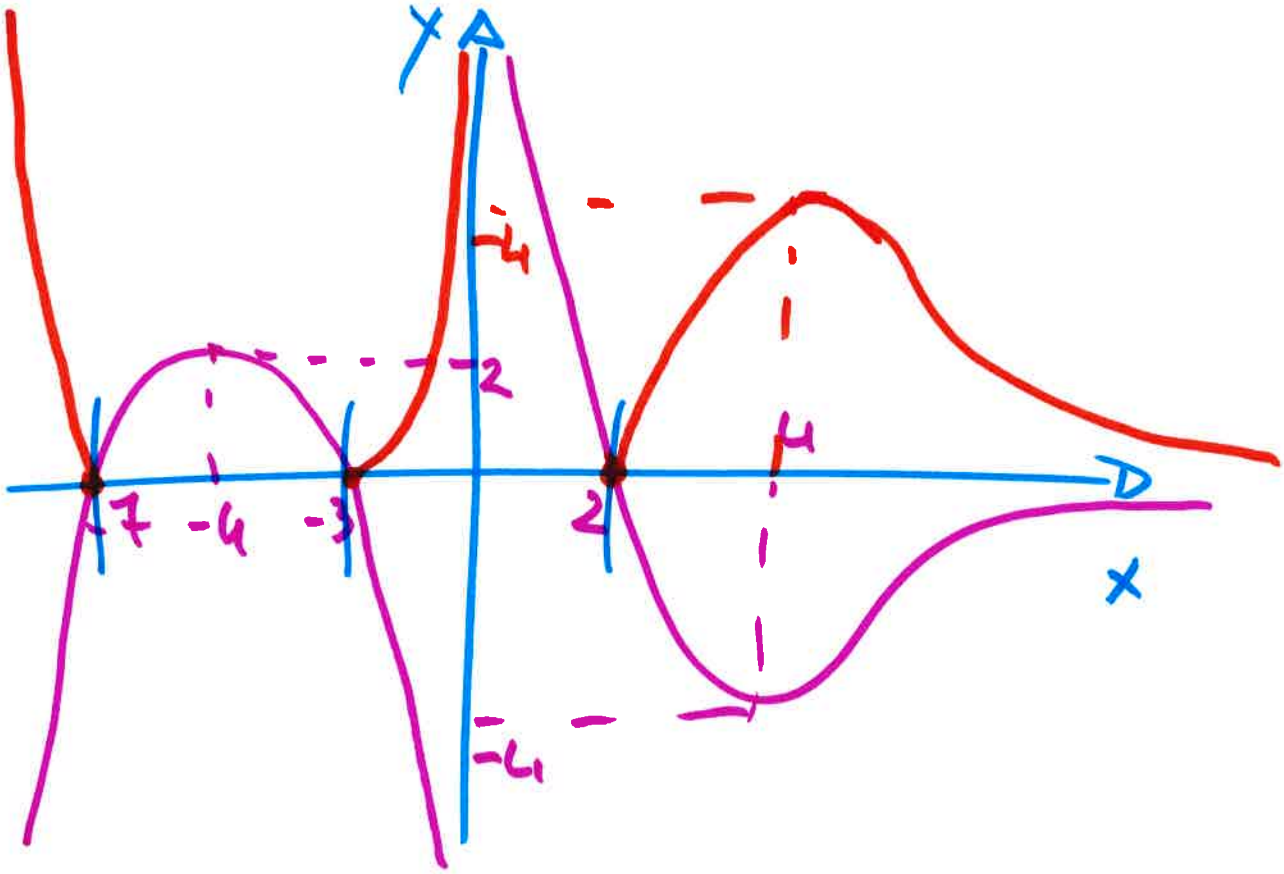
qualsiesi quantità come argomento è positivo

$$y = |x| \begin{cases} x & \text{per } x \geq 0 \\ -x & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

$y \geq 0$

→ la funzione non stare mai nel semipiano negativo

→ la funzione $y=f(x)$ nelle sue parti negative verrà simmetrizzata (ribaltata) nel piano positivo



$y = f(x)$

$y = |f(x)|$

Cambiamento di base per il logaritmo

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

es.

$$\log_5 x = \frac{\log_{10} x}{\log_{10} 5}$$