Cognome e nome . . . . Firma . . . . Matricola . . . .

Corso di Laurea: ♢ AUTLT; ♢ MATLT; ♢ MECLT; ♢ MECMLT.

Istruzioni

1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
2. PUNTEGGI. Esercizi 1-5: risposta esatta $= +4$; risposta sbagliata $= -0.5$; risposta non data $= 0$.
3. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
4. CONSEGNARE il foglio A con TUTTI I FOGLI DELLO SVOLGIMENTO e TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
5. TEMPO a disposizione: 150 min.

1.	2.	3.	4.	5.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E

1. Sia D la regione limitata del piano determinata dalla parabola $y = x^2$ e dalla retta $x-y+2 = 0$. Data
$$f(x, y) = \frac{2}{3}x + y,$$
detti $M = \max_D f$ e $m = \min_D f$, si ha

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $m = \frac{1}{3}$ e $M = \frac{16}{3}$ $\boxed{\text{B}}$: $m = 0$ e $M = \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{C}}$: $m = -\frac{1}{9}$ e $M = \frac{16}{3}$ $\boxed{\text{D}}$: $m = -\frac{1}{9}$ e $M = 0$ $\boxed{\text{E}}$: $m = -1$ e $M = \frac{1}{9}$

---

2. L'integrale curvilineo $I = \int_\Gamma \vec{F} \cdot d\Gamma$ dove $\vec{F} = (x-y)\vec{i} + (x+y)\vec{j}$ e Γ è la circonferenza di centro $(2, 2)$ e raggio 1 percorsa una volta in senso antiorario vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: 2 $\boxed{\text{C}}$: 4 $\boxed{\text{D}}$: $-\pi$ $\boxed{\text{E}}$: 2π

---

3. L'integrale doppio
$$\iint_D \frac{ye^{\sqrt{x^2+y^2}}}{x^2+y^2}\,dxdy$$
dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, y \geq 0,\ 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $e^3 - e^2$ $\boxed{\text{B}}$: 0 $\boxed{\text{C}}$: e^3 $\boxed{\text{D}}$: $2(e^3 - e^2)$ $\boxed{\text{E}}$: $4(e^3 - e^2)$

---

4. Sia $\alpha > 0$. Data la successione di funzioni
$$f_n(x) = \frac{x}{n^\alpha} e^{-\dfrac{x^2}{n^4}}, \qquad x \in \mathbb{R}.$$
Delle seguenti affermazioni

(a) converge puntualmente in $\mathbb{R}$ per ogni $\alpha > 0$ (b) converge puntualmente in $\mathbb{R}$ se e solo se $\alpha > 2$ (c) converge uniformemente in $\mathbb{R}$ per $\alpha > 2$ (d) converge uniformemente in $\mathbb{R}$ per $\alpha \geq 2$ (e) converge uniformemente sugli intervalli $[a, b]$ per ogni $\alpha > 0$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (b), (c) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d), (e) $\boxed{\text{C}}$: (a), (c), (e) $\boxed{\text{D}}$: (a), (d) $\boxed{\text{E}}$: (b), (e)

---

5. Sia data la serie di potenze
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n + 3^n}{\ln(n+1)} x^n.$$
Delle seguenti affermazioni

(a) l'insieme di convergenza puntuale è $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ (b) l'insieme di convergenza puntuale è $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$ (c) l'insieme di convergenza puntuale è $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$ (d) converge uniformemente in $\left[-\frac{1}{3}, a\right]$ con $0 < a < \frac{1}{3}$ (e) converge totalmente in $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: (c), (d), (e) $\boxed{\text{B}}$: (a), (d) $\boxed{\text{C}}$: (a) $\boxed{\text{D}}$: (c), (d) $\boxed{\text{E}}$: (b)

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \left(e^{7\sin x} - 1\right) \dfrac{xy^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

(a) f è continua in $(0,0)$?

(b) f ammette tutte le derivate direzionali in $(0,0)$?

(c) f è differenziabile in $(0,0)$?

[**Punteggio: 4 punti**]

---

7. Sia dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^{(y^2-3y)} - 1 \\ y(0) = y_0 \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

(a) Discutere l'esistenza ed unicità locale della soluzione al variare di $y_0 \in \mathbb{R}$.

(b) Determinare le soluzioni stazionarie.

(c) Studiare la monotonia della soluzione al variare di $y_0 \in \mathbb{R}$.

(d) Stabilire se l'intervallo massimale di esistenza può essere illimitato a destra per $y_0 \leq 3$. In caso affermativo calcolare il limite per $x \to +\infty$.

[**Punteggio: 6 punti**]
